

**ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ**  
**диагностической работы для учителей математики**

*Выполните каждое из заданий 1–13 и запишите ответы*

**Часть 1.**

**Предметная подготовка**

1. Решите уравнение  $\sqrt{63 - 2x} = x$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_ (7)

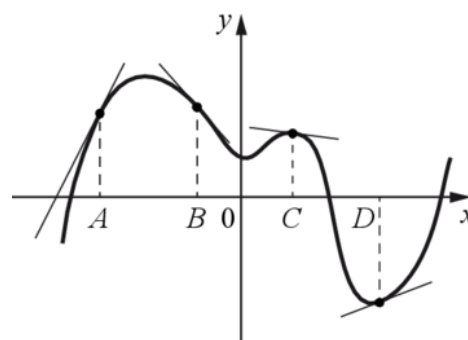
2. Телефонная компания предлагает на выбор три тарифных плана.

Тарифный план	Абонентская плата (в месяц)	Плата за 1 минуту разговора
«Повременный»	Нет	1 руб.
«Комбинированный»	160 руб. за 300 минут	1 руб. 50 коп (за минуты свыше 300 минут)
«Безлимитный»	499 руб.	Нет

Абонент предполагает, что общая длительность его разговоров составит 500 минут в месяц, и исходя из этого выбирает наиболее дешёвый тарифный план. Сколько рублей должен будет заплатить абонент за месяц, если общая длительность разговоров составит 450 минут?

Ответ: \_\_\_\_\_ (385)

3. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательные к этому графику, проведённые в точках с абсциссами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ .



В правом столбце указаны значения производной функции в этих точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в этой точке.

ТОЧКИ

ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ

$A$	1) $-\frac{2}{15}$	3) $\frac{5}{13}$
$B$		
$C$	2) $2$	4) $-1\frac{2}{15}$
$D$		

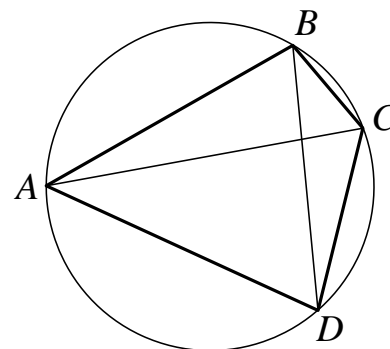
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

A	B	C	D

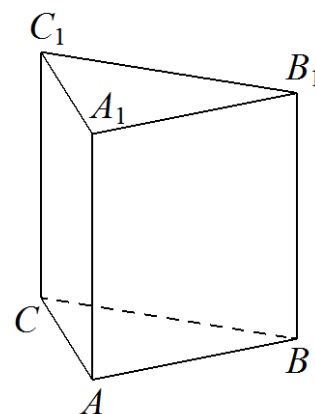
Ответ: \_\_\_\_\_ (2413).

4. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $98^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $44^\circ$ . Найдите угол  $ABD$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_ (54)

5. Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 7. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, A_1$  и  $C_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_(28)

6. Четырёхзначное число  $N$  делится на 5. Если цифры этого числа записать в обратном порядке, то получится другое четырёхзначное число, которое меньше числа  $N$  на 1629. Найдите какое-нибудь одно число  $N$ , удовлетворяющее указанному свойству.

Ответ: \_\_\_\_\_ (Одно из чисел 6705, 6815 или 6925)

## Часть 2.

### Методическая подготовка

#### 7. Определите последовательности этапов работы с элементами математического содержания

Правильная последовательность шагов алгоритма для деления дробей

- 1: Определить делимое
- 2: Определить делитель
- 3: Найти дробь, обратную делителю
- 4: Делимое умножить на число, обратное делителю, по правилу умножения дроби на дробь
- 5: Если возможно, полученную дробь сократить
- 6: Записать ответ

#### 8. Определение математического базиса выполняемых действий.

Решите следующую геометрическую задачу: «В трапеции  $ABCD$  диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что площади треугольников  $AOB$  и  $COD$  равны». Какие теоретические факты должны использовать учащиеся при обосновании ее решения?

- : формулу площади трапеции;
- +: свойство площадей равноставленных фигур;
- +: формулу площади треугольника;
- +: свойство длин перпендикуляров, расположенных между двумя параллельными прямыми;
- : признаки подобия треугольников.

## 9. Соответствие между задачами и приемами их решения или между основанием классификации математических задач и классом

Установите соответствие задач на сравнение чисел и целесообразных приемов их решения:

L1:  $\frac{8}{3}$  и  $\frac{3}{8}$ ;

L2:  $\frac{51}{100}$  и 1;

L3:  $\frac{3}{27}$  и  $\frac{3}{51}$ ;

L4:  $\frac{8}{15}$  и  $\frac{4}{15}$ ;

L5: 1 и  $\frac{107}{101}$ .

R1: Свойство сравнения правильной и неправильной дроби

R2: Использование определения и свойства правильной дроби;

R3: Сравнение знаменателей при одинаковых числителях

R4: Сравнение числителей при одинаковых знаменателях

R5: Использование определения и свойства неправильной дроби;

R6: Приведение дробей к общему знаменателю и сравнение их числителей;

## 10. Типология задач по математической основе или по методу решения

Выберите задачу, которая решается способом исключения неизвестных.

+ 11 апельсинов и 9 лимонов стоят 245 рублей, один апельсин и один лимон стоят 25 рублей. Сколько стоит один лимон?

- 15 кг яблок стоят 600 рублей. Сколько кг яблок можно купить на 400 рублей?

- Сумма тринадцати различных натуральных чисел равна 92. Найдите эти числа.

- На первой полке книг в 6 раз больше, чем на второй. Известно, что на ней на 150 книг больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?

## 11. Выбор математических обоснований при ответе на вопросы ученика

Выберите обоснование для ответа на вопрос ученика: «Почему, если в конце десятичной дроби приписать нули, то ее величина не изменится?»

Приписывание нулей в конце десятичной дроби соответствует операции

+ приведения обыкновенной дроби к новому знаменателю

- деления числителя и знаменателя дроби на одно и то же число

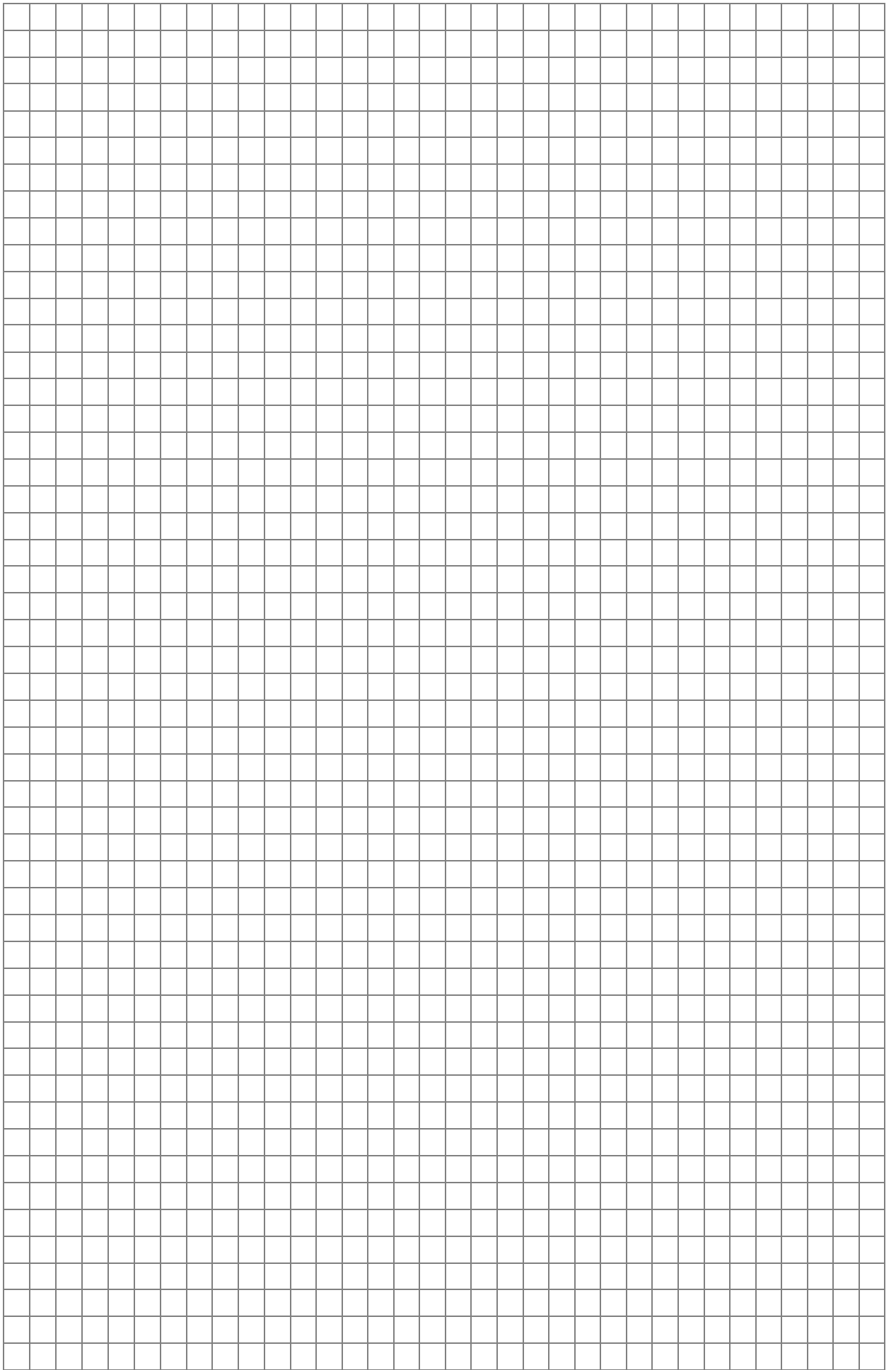
- умножения числителя и знаменателя дроби на 5

+ умножения числителя и знаменателя дроби на одну и ту же натуральную степень 10

- сокращения дроби

## 12. Поиск причины ошибки











б) По теореме синусов:

$$\frac{AC}{\sin B} = 2 \cdot 4 \Rightarrow AC = 8 \sin B$$

$$S_{\text{площадь } \triangle ABC}, S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 \sin B = 12 \sin B$$

Рассмотрим окруж., описанную вокруг  $\triangle BМК$  (она же описана вокруг  $BМКН$ ):  $\angle BКН = 90^\circ \Rightarrow ВН$  - ее диаметр  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow$  ее радиус равен 1,5.

По т. синусов:

$$\frac{МК}{\sin B} = 2 \cdot 1,5 \Rightarrow МК = 3 \sin B$$

$$\text{коэф. подобия } k = \frac{МК}{AC} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$S_1$  - площадь  $\triangle МВК$ ,  $S_2$  - площадь  $\triangle КМС$

$$\frac{S_1}{S} = k^2 = \frac{1}{16} \quad S_1 = \frac{S}{16}$$

$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow S_2 = S \cdot \frac{15}{16} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{15}$$

#### Критерии оценивания

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3



### Пример решения аналогичной задачи (к заданию 13)

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{4-y}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения.

Решение.

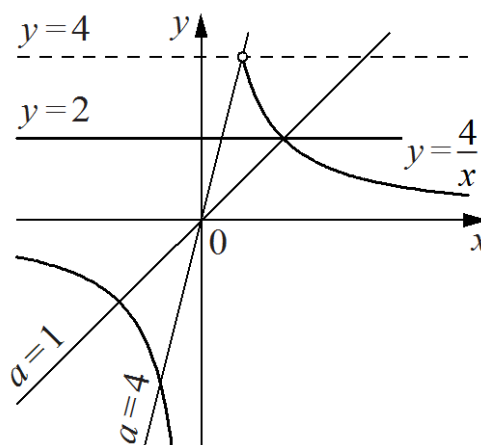
Запишем первое уравнение в виде

$$\frac{(y-2)(xy-4)}{\sqrt{4-y}} = 0.$$

При  $y \geq 4$  левая часть не имеет смысла.

При  $y < 4$  уравнение задаёт прямую  $y = 2$

и гиперболу  $y = \frac{4}{x}$  (см. рисунок).



При каждом значении  $a$  уравнение  $y = ax$  задаёт прямую с угловым коэффициентом  $a$ , проходящую через начало координат.

При  $y < 4$  такая прямая пересекает прямую  $y = 2$  при любом ненулевом значении  $a$ ,

пересекает правую ветвь гиперболы  $y = \frac{4}{x}$  при  $0 < a < 4$ , пересекает левую ветвь

гиперболы  $y = \frac{4}{x}$  при  $a > 0$ . При этом прямая  $y = ax$  проходит через точку пересечения

прямой  $y = 2$  и гиперболы  $y = \frac{4}{x}$

при  $a = 1$ .

Число решений исходной системы равно числу точек пересечения

прямой  $y = 2$  и гиперболы  $y = \frac{4}{x}$  с прямой  $y = ax$  при условии  $y < 4$ .

Таким образом, исходная система имеет ровно три решения при

$$0 < a < 1; 1 < a < 4.$$

Ответ:  $0 < a < 1$ ;  $1 < a < 4$ .

